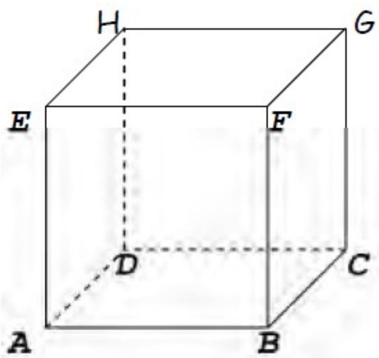
Prof:Oueslati Aymen Tél:27677722
http://aymenacademy.com/

GEOMETRIE DANS L'ESPACE

EXERCICE:1 cocher la réponse correcte



soit ABCDEFGH un cube d'arête de longueur 1

1) $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} =$ a) $\vec{0}$ b) $\overrightarrow{AE}$ c) $\sqrt{2}\overrightarrow{AE}$

2) $\overrightarrow{AC} . \overrightarrow{AH} =$ a) 0 b) 1 c) $\sqrt{3}$

3) la distance du point A à la droite (BD) est

a) 1 b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{1}{2}$

4) L'aire du triangle ABG est

a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\sqrt{3}$

5) Le volume du tétraèdre ABDH est

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$

6) on munit l'espace du repère orthonormé direct $\mathcal{R}(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$
Une équation du plan (BDF) est : a) $x + y - 1 = 0$ b) $x - y - 1 = 0$ c) $x - z - 1 = 0$

7) $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA}$ est égal à a) $\overrightarrow{BF}$ b) $\overrightarrow{EA}$ c) $\overrightarrow{BD}$

8) $\overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{BF}$ est a) directeur de (ABF) b) normal à (ABF) c) colinéaire à (AG)

9)*soit A et B deux points* distincts alors l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM} . (\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}) = 0$ est

a)une droite b) une sphère c) un plan

10) soit A et B deux points distincts alors l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{AB} = 0$ est

a)une droite b) une sphère c) un plan

11)le projeté orthogonal du point B (1,6,0) sur le plan $\mathscr{P}$ d'équation :- $x + 3y - z + 5 = 0$ est

a)B_1 (- 1, - 2,0) b) B_2 (0,0,5) c) B_3 (3 , 0 , 2)

12)soit A(1,0,0) ,B(0,1,0) et M(x,y,z) alors $d^2(M, (AB))$ est égale à

a) $(x - y - 1)^2 + 2z^2$ b) $\frac{(x - y - 1)^2 + 2z^2}{2}$ c) $\frac{(x - y - 1)^2 + 2z^2}{4}$

EXERCICE : 2

Cocher la réponse correcte

l'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k},)$

on donne la droite $\Delta \begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = -2 + \alpha \\ z = 3 - \alpha \end{cases}$ $\alpha \in \mathbb{R}$ et le plan P : $3x - 2y + z - 1 = 0$

1) si $M \in P$ alors M est le point
   a) A(1,1,-,1) b) B(1,1,0) c) C(0,1,1)

2) si $N \in \Delta$ alors N est le point
   a) A(2,1,-,1) b) B(3,- 1,2) c) C(1,- 2,- 3)

3) si $\vec{u}$ est un vecteur directeur de Δ alors

a) $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ c) $\vec{u}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

4)) si $\vec{u}$ est un vecteur normal de P

a) $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ c) $\vec{u}\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$

5) a) Δ est sécante à P b) Δ est normale à P c) Δ est strictement parallèle à P

6) si le plan Q est parallèle à P alors Q a pour équation
   a) $3x - 2y - z + 1 = 0$ b) $6x - 4y + 2z + 1 = 0$ c) $9x + 6y + 3z + 3 = 0$

7) si R est perpendiculaire à P alors R a pour équation
   a) $x + y - z + 1 = 0$ b) $6x - 4y + 2z + 1 = 0$ c) $x - y - 4z + 1 = 0$

8) la distance du point I(0,1,0) au plan P est

a) $\frac{\sqrt{14}}{14}$ b) $\frac{3\sqrt{14}}{14}$ c) 3

EXERCICE : 3

l'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k},)$
on donne les points A(3,2,- 1),B(- 6,1,1),C(4,- 3,3)et D(- 1,- 5,- 1)

1/a) calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BD}$
   b) déterminer une équation cartésienne du plan P contenant B, C et D
2) vérifier que le point A n'appartient pas à P et calculer le volume du tétraèdre ABCD
3) calculer l'aire du triangle ABC

4)soit Q l'ensemble des points M de l'espace tels que ($\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA}$). $\overrightarrow{AM} = 0$
   a) caractériser le plan Q
   b) calculer la distance du point D au plan Q
   c) préciser l'intersection de P et Q

EXERCICE 4

l'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on donne les points

A(3,- 1,4) B(4,- 2,2),C(6,- 1,0) H(0,- 4,6) et E(-6,- 1,$\frac{3}{2}$)

1/a) montrer que les points A, B, C et H sont coplanaires

b) calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et vérifier que les vecteurs $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{HE}$ sont colinéaires

c) en déduire que H est le projeté orthogonal de E sur le plan (ABC)

2) soit le point D tel que ABCD soit un parallélogramme

a) sans calculer les coordonnées du point D, montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b) calculer le volume du pyramide EABCD

3/a) écrire une représentation paramétrique de la droite (AB)

b) déterminer les coordonnées du point M de (AB) tel que $\overrightarrow{CM} \wedge \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{EH}$

EX 5

l'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

on donne les points A(1,- 1,1) B(1,0,0) C(- 1,0,1) et D(1,- 1,0)

1/a) déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b) en déduire que les points A,B et C déterminent un plan P puis en donner une équation

2/a)calculer l'aire du triangle ABC

b) calculer la distance du point D au plan P

c) en déduire le volume du tétraèdre ABCD

3)soit (S) l'ensemble des points M(x,y,z) tels que $x^2 + y^2 + z^2 + y - z - 1 = 0$

a) montrer que la sphère a pour centre I(0, $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$) et pour rayon $\frac{\sqrt{6}}{2}$

b) vérifier que (S) est la sphère circonscrit au tétraèdre ABCD

c) déterminer une équation du plan Q tangent à la sphère (S) au point D

Exercice N°6

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.Soient les points A(1,0,-1) ; B(1,3,5) ; C(-7,2,2)

Et H(-1,4,3) .

1) A- Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{HB} \wedge \overrightarrow{HC}$.
   b- En déduire qu'une équation du plan (HBC) est : $x - 2y - 2z + 15 = 0$
   c- Montrer que le point H est le projeté orthogonal de A sur le plan (HBC)
2) On considère l'ensemble S des points M(x,y,z) de l'espace tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 2z + 1 = 0$
   a- Montrer que S est une sphère et préciser son centre I et son rayon R .
   b- Verifier que I est le milieu du segment [AH] .
   c- Déterminer la position relative de la sphère S et du plan (HBC)
3) Soit J(0,0,1)
   a- Verifier que J appartient à S
   b- Calculer la distance du point I à la droite (AJ)
   c- En déduire que la droite (AJ) est tangent à S .
   d- Donner une représentation paramétrique de la droite (AJ) et déterminer les coordonnées du Point d'intersection de (AJ) et du plan (HBC).

Exercice N°7

Soient a > 0 et OABC un tétraèdre tq : OAB, OAC et OBC sont des triangles rectangles en O. OA = OB = OC = a.
On appelle I le pied de la hauteur issue de C du triangle ABC, H pied de la hauteur issue de O du triangle OIC, et D le point de l'espace définie par $\overrightarrow{HO} = \overrightarrow{OD}$.

1) Quelle est la nature du triangle ABC.
2) a) Montrer que les droites (OH) et (AB) sont orthogonales.
   b) Démontrer que H est l'orthocentre du triangle ABC .Calcul de OH :
   c) Calculer le volume V du tétraèdre OABC puis l'aire S du triangle ABC.
   d) Exprimer OH en fonction de V et de S. Déduire que $OH = a\frac{\sqrt{3}}{3}$.
3) L'espace est rapporté à un RON : $\left(O; \frac{1}{a}\overrightarrow{OA}, \frac{1}{a}\overrightarrow{OB}, \frac{1}{a}\overrightarrow{OC}\right)$.
   a) Démontrer que H a pour coordonnées $\left(\frac{a}{3}, \frac{a}{3}, \frac{a}{3}\right)$.
   b) Démontrer que le tétraèdre ABCD est régulier.
   c) Soit I le centre de la sphère circonscrit au tétraèdre ABCD. Démontrer que I est un point de la droite (OH), puis calculer ses coordonnées