cour géometrie dans l'espace

* La droite passant par A et dont un vecteur directeur est $\vec{u}$

est : $D(A, \vec{u}) = \left\{ M \in \xi \,/\, \overrightarrow{AM} = \alpha\vec{u} \;,\; \alpha \in \mathbb{R} \right\}$

* Soit $A \in \xi$ et $(\vec{u}, \vec{v})$ un couple de vecteurs non colinéaires

$P(A, \vec{u}, \vec{v}) = \left\{ M \in \xi \,/\, \overrightarrow{AM} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v} \;,\; (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2 \right\}$ est le plan passant de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$

* $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère de ξ , $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$

$A(x_0, y_0, z_0)$

$$D(A, \vec{u}) : \begin{cases} x = x_0 + \alpha a \\ y = y_0 + \alpha b \\ z = z_0 + \alpha c \end{cases} \qquad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$P(A, \vec{u}, \vec{v}) : \begin{cases} x = x_0 + \alpha a + \beta a' \\ y = y_0 + \alpha b + \beta b' \\ z = z_0 + \alpha c + \beta c' \end{cases} \qquad (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$$

* $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère de ξ , une équation cartésienne de tout plan de ξ est de la $ax+by+cz+d = 0$ où a, b, c, d sont des réels tels que $(a, b, c) \neq (0,0,0)$

<u>Théorème :</u>Dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v}\ ;\ \vec{w}\ )$ tout plan P admet une équation de la forme : ax + by + cz + d = 0 (avec a, b et c non tous nuls). Le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$est normal à ce plan.

<u>*Théorème</u>

***Deux plans P et Q sont orthogonaux si et seulement si leurs vecteurs normaux sont orthogonaux.**

***Deux plans P et Q sont parallèles si et seulement si leurs vecteurs normaux sont colinéaires.**

<u>b) Distance d'un point à un plan</u>

Soit $A(x_0\ ;\ y_0\ ;\ z_0\ )$ un point et P :ax +by +cz + d + 0 est un plan.

Notons H(x' ; y' ; z') le projeté orthogonal de A sur P. La distance entre le point A et le plan P est :AH = $\dfrac{|\ a.x_0 + b.y_0 + c.z_0 + d\ |}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

* La sphère de centre I et de rayon r est l'ensemble des points $M \in \xi$ tel que $IM = r$

* Soit S une sphère dont $[AB]$ est une diamétre. Pour qu'un point M de ξ appartienne à S il faut et il suffit que :

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0 \qquad (\overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MB})$$

* Dans l'espace ξ rapporté à un repère orthornomé $(O, \vec{i}\ , \vec{j}\ , \vec{k}\ )$ une équation cartésienne de la sphère de centre $I\,(a, b, c)$ et de rayon r est : $(x\text{-}a)^2 + (y\text{-}b)^2 + (z\text{-}c)^2 = r^2$

* $S(I\ , r)$ une sphère , P un plan et H le projeté orthogonal de I sur P, $d = d\,(I\ , P)$ on a :

- $d > r \Leftrightarrow S \cap P = \phi$
- $d = r \Leftrightarrow P$ est tangent à S en H et $S \cap P = \{H\}$
- $d < r \Leftrightarrow S \cap P = \zeta$ où ζ est le cercle de centre H et de rayon $\sqrt{r^2 - d^2}$.