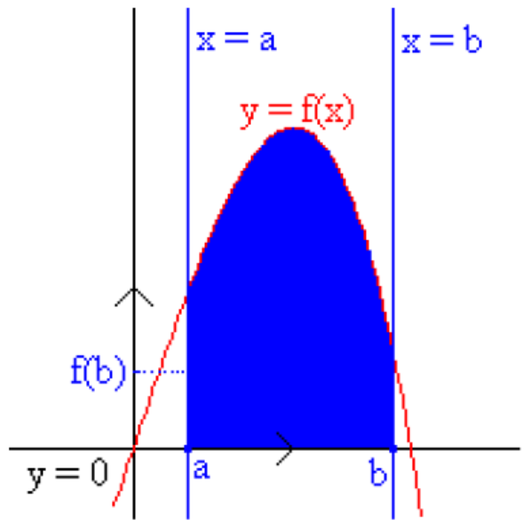
Définition :

Le plan est muni d'un repère orthogonal. Soit f une fonction continue et positive sur un intervalle $[a,b]$ et F une primitive sur $[a,b]$.

L'aire en unité d'aire de la partie du plan limitée par la courbe de f , l'axe des abscisse et les droite d'équations $x=a$ et $x=b$ est le réel $F(b)-F(a)$ .le réel $F(b)-F(a)$ est appelé intégrale de a à b et noté $\int_a^b f(x)dx$.



Définition :

Soit f une fonction continue sur un intervalle I , a et b deux réels de I et F une primitive de f sur I .

On appelle intégrale de f entre a et b le réel , noté $\int_a^b f(x)dx$,

définit par $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b)-F(a)$ .on lit : $F(x)$ pris entre a et b .

Propriétés de l'intégrale

Positivité :

Si f est continue et positive sur le segment $[a,b]$ avec $a \le b$, alors $\int_a^b f(x)dx \ge 0$.

Si f est continue et négative sur le segment $[a,b]$ avec $a \le b$, alors $\int_a^b f(x)dx \le 0$.

Ordre :

f et g sont des fonctions continues sur $[a,b]$ avec $a \le b$.

$f(x) \le g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \le \int_a^b g(x)dx$

Primitives

f	F	Conditions sur u
$u'u^n,\ n\in\mathbb{N}^*$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1}+C$	
$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u}+C$	$\forall x\in I, u(x)\neq 0$
$\frac{u'}{u^n},\ n\in\mathbb{N}, n\geq 2$	$-\frac{1}{n-1}\frac{1}{u^{n-1}}+C$	$\forall x\in I, u(x)\neq 0$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}+C$	$\forall x\in I, u(x)>0$
$\frac{u'}{u}$	$\ln u+C$	$\forall x\in I, u(x)>0$
$u'e^u$	e^u+C	
$u'\cdot(v'\circ u)$	$v\circ u$	

Intégration par partie

u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I ayant pour dérivées respectives les fonctions u' et v' continues sur I.

$\forall a,b\in I,\ \int_a^b u(x)v'(x)dx=[u(x)v(x)]_a^b-\int_a^b u'(x)v(x)dx$

Valeur moyenne d'une fonction continue sur $[a;b]$:

La valeur moyenne de la fonction f sur $[a;b]$ est le réel $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$.

Calcul de volume

Dans le cas d'une fonction continue et positive sur un intervalle $[a;b]$ alors le volume engengré par rotation de la courbe (C) au tour de l'axe des abscisses est :

$V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$