Prof:Oueslati Aymen Tél:27677722
BAC math

séri des exercice:,integrale,arithmetique,espace,similitude

Exercice 1

1-Etudier et représenter graphiquement la fonction f :x ↦tan (x) sur $]\frac{-\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}[$

2- Montrer que f est une bijection sur IR. Soit f^{-1} sa réciproque calculer $(f^{-1})'(x)$ pour tout réel x ; puis calculer $f^{-1}(1)$.

3- Pour tout x non nul on pose: $\varphi(x) = f^{-1}(x) + f^{-1}(\frac{1}{x})$

a)Calculer $\varphi'(x)$ en déduire que φ est constante sur IR^*_+

b)Vérifier que f^{-1} est impaire. En déduire que φ est impaire .

c)Expliciter $\varphi(x)$.

4-Pour tout n de IN on pose $I_n = \int_0^1 \frac{t^{2n}dt}{1+t^2}$.

a)Calculer I_0 puis montrer que $I_1 = 1 - \frac{\pi}{4}$

b) Montrer que la suite (I_n) est décroissante à termes positifs.

c)Prouver que la suite (I_n) est convergente.

d) Prouver que $0 \leq I_n \leq \frac{1}{2n+1}$ puis calculer la limite de I_n.

e) Montrer que :

$$\frac{1}{1+t^2} = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k t^{2k} \quad + \quad (-1)^{n+1} \frac{t^{2n+2}}{1+\ t^2}$$

f)Déduire que

$$\frac{\pi}{4} = \sum_{0}^{n} \frac{(-1)^k}{2k+1} + (-1)^{n+1} I_{n+1}.$$

Calculer la limite de la somme suivante :

$\sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{2k+1}$ quand n tend vers $+\infty$

<u>Exercice 2 :</u>

1-Enoncer le lemme de Gauss

2- k est un entier naturel. Soient a = 6k + 5 ; et b = 8k + 3.

a) Calculer : 4.a – 3.b

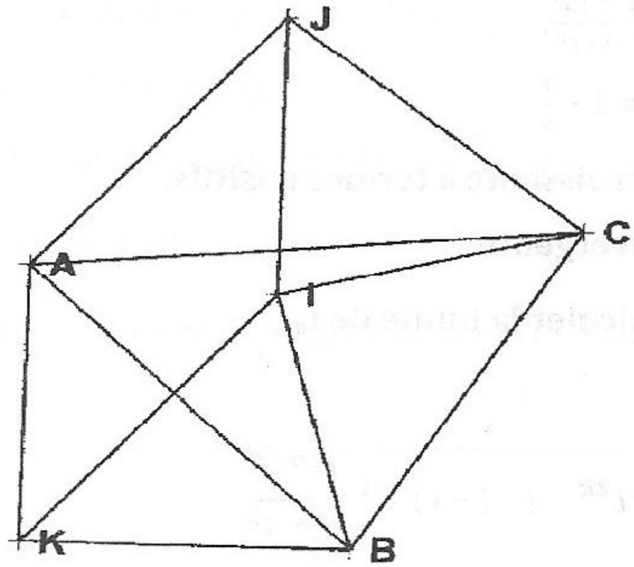
b) Prouver qu'il n'existe que deux diviseurs positifs communs à a et b.

<u>Exercice 3 :</u>Le triangle ABC étant donné. On construit les trois triangles rectangles isocèles :IBC ; JCA ; KAB de la manière suivante :

1)Déterminer une mesure de$(\widehat{\overrightarrow{AC}\ ;\ \overrightarrow{AJ}})$ puis évaluer le rapport :$\frac{AJ}{AC}$

2)A l'aide d'une similitude directe de centre B convenable ; déterminer une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{AC}\ ;\ \overrightarrow{KI}})$ et le rapport $\frac{KI}{AC}$

3) En déduire que$(\widehat{\overrightarrow{KI}\ ;\ \overrightarrow{AJ}}) \equiv 0[2\pi]$ et que KI = AJ puis conclure.



<u>Exercice 4 :</u>Pour chacune des questions 1, 2, 3, parmi les quatre affirmations proposées, deux sont exactes et deux sont fausses. Préciser ceux qui sont exactes.

L'espace est rapporté à un repère ortho normal $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

1. Soit P le plan d'équation $2x+3y+4z-1=0$.

a. La distance du point O au plan P est égale à 1.

b. La distance du point O au plan P est égale à $\dfrac{1}{\sqrt{29}}$.

c. Le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\ \frac{3}{2}\\ 2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan P.

d. Le plan Q d'équation $-5x+2y+z=0$ est parallèle au plan P.

2. On désigne par P le plan d'équation $2x+y-z=0$, et par D la droite passant par le point $A(1\,;1\,;1)$ et de vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-4\\-2\end{pmatrix}$

a. La droite D est parallèle au plan P.

b. La droite D est orthogonale au plan P.

c. La droite D est sécante avec le plan P.

d. Un système d'équations paramétriques de D est

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = 1 - 2t \end{cases} \qquad (\text{avec } t \in \mathbb{R})$$

3. On désigne par E l'ensemble des points M(x ; y ; z) tels que :

$x + y + z = 3$ et $2x - z = 1$. Soit le point A(1 ; 1 ; 1).

a. L'ensemble E contient un seul point, le point A.

b. L'ensemble E est une droite passant par A.

c. L'ensemble E est un plan passant par A.

d. L'ensemble E est une droite de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$