Prof:Oueslati Aymen Tél:27677722 http://aymenacademy.com/
BAC math

série des exercices espase

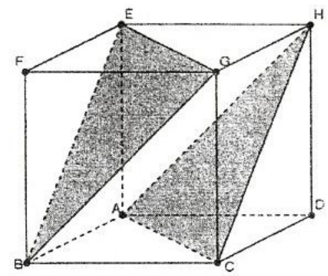
Exercice 1 **(4 points)**

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soit ABCDEFGH le cube tel que

$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i}$, $\overrightarrow{AD} = 6\vec{j}$ et $\overrightarrow{AE} = 6\vec{k}$.

On désigne par P le plan (ACH) et par Q le plan (EGB).



1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AH}$.

b) En déduire une équation du plan P.

c) Montrer que les plans P et Q sont parallèles et donner une équation du plan Q.

2) Soit S la sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z = 0$

a) Déterminer le rayon de S et les coordonnées de son centre I.

b) Soit J le projeté orthogonal de A sur le plan Q. Montrer que [AJ] est un diamètre de S.

c) Montrer que la sphère S est tangente à chacun des deux plans P et Q.

3) Soit t la translation de vecteur $\vec{U} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$.

a) Soit A' et J' les images respectives de A et J par t. Déterminer les coordonnées de A' et J'.

b) Déterminer S' l'image de la sphère S par t.

c) Montrer que S' est tangente aux deux plans P et Q et déterminer leurs points de contact.

EXERCICE 2

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points A(1,3,2), B(1,-1,-2) et C(2,4,1).

1) a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est $2x - y + z - 1 = 0$.

2) Soit S la sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2z - 4 = 0$.

a) Déterminer le centre I et le rayon r de la sphère S.

b) Montrer que la sphère S coupe le plan (ABC) suivant le cercle (Γ) de diamètre $[AB]$.

c) Montrer que la droite (AC) est tangente au cercle (Γ).

3) Soit h l'homothétie de centre C et de rapport 3 et S' l'image de la sphère S par h.

a) Déterminer le rayon de la sphère S' et les coordonnées de son centre J.

b) Montrer que le plan (ABC) coupe la sphère S' suivant un cercle (Γ').

c) Montrer que la droite (AC) est tangente au cercle (Γ') en un point E que l'on précisera.

Exercice 3

Soit $(O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ un repère orthonormé direct de l'espace.

Dans la figure ci-contre OABC est un tétraèdre

tel que $\overrightarrow{OA} = 5\vec{u}$, $\overrightarrow{OB} = 5\vec{v}$, $\overrightarrow{OC} = 10\vec{w}$ et

I est le point de coordonnées (3,3,3).

AGMCN/2767722

1) Vérifier que le plan (ABC) a pour équation
$2x + 2y + z - 10 = 0$.

2) Soit S la sphère de centre I et de rayon 3.
   a) Quelle est la position relative de S et du plan (ABC) ?
   b) Montrer que S est tangente aux plans (OAB) , (OAC) et (OBC).

3) Soit k un réel non nul et h l'homothétie de centre O et de rapport k.
   On désigne par S' , la sphère image de S par h.
   a) Montrer que S' est tangente aux plans (OAB) , (OAC) et (OBC).
   b) Déterminer les valeurs de k pour lesquelles S' est tangente au plan (ABC).

4) Déterminer le centre et le rayon de la sphère tangente intérieurement aux quat
   du tétraèdre OABC.